



Grafika Komputerowa

Podstawy animacji

Aleksander Denisiuk

`denisjuk@pjawstk.edu.pl`

Polsko-Japońska Wyższa Szkoła Technik Komputerowych

Wydział Informatyki w Gdańsku

ul. Brzegi 55

80-045 Gdańsk



Podstawy animacji

Najnowsza wersja tego dokumentu dostępna jest pod adresem

<http://users.pjwstk.edu.pl/~denisjuk/>

Techniki pochodzące z Animacji tradycyjnej



- ⑥ Klatka kluczowa (keyframing)
- ⑥ Motion capture

Animacja modelowana

- ⑥ System cząstek (dym, płyn, tłum)
- ⑥ Bryła sztywna (rigid body)
- ⑥ Przegubowa bryła sztywna (articulated rigid body)
- ⑥ Obiekty elastyczne
- ⑥ Zmiana punktu widokowego kamery (camera viewpoint)
- ⑥ Inne: oświetlenie, chmury, etc.

Techniki modelowania animacji

- ⑥ Kinematyka prosta
- ⑥ Kinematyka odwrotna
- ⑥ Dynamika prosta
- ⑥ Dynamika odwrotna

Animacja pozycji. Ease In

- W czasie u_0 obiekt ma pozycję p_0 i prędkość v_0 .
- W czasie u_1 zatrzymuje się w pozycji p_1 (z prędkością 0).
- Dla $[0, 1]$ rozwiązaniem jest $q(u) = p_0H_0(u) + v_0H_1(u) + p_1H_3(u)$, gdzie $H_i(u)$ jest wielomianem Hermite'a.
- Dla dowolnego $[u_0, u_1]$ zamiana $J_i(u) = H_i\left(\frac{u-u_0}{u_1-u_0}\right)$,
- $q(u) = p_0J_0(u) + (u_1 - u_0)v_0J_1(u) + p_1J_3(u)$.

Wielomiany Hermite'a

$$\textcircled{6} \quad H_0(u) = (1 + 2u)(1 - u)^2, \quad H_1(u) = u(1 - u)^2,$$

$$\textcircled{6} \quad H_2(u) = -u^2(1 - u), \quad H_3(u) = u^2(3 - 2u),$$

$$\textcircled{6} \quad \begin{cases} H_0(0) = 1 & H_1(0) = 0 & H_2(0) = 0 & H_3(0) = 0 \\ H'_0(0) = 0 & H'_1(0) = 1 & H'_2(0) = 0 & H'_3(0) = 0 \\ H'_0(1) = 0 & H'_1(1) = 0 & H'_2(1) = 1 & H'_3(1) = 0 \\ H_0(1) = 0 & H_1(1) = 0 & H_2(1) = 0 & H_3(1) = 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{6} \quad q(u) = x_0 H_0(u) + v_0 H_1(u) + v_1 H_2(u) + x_1 H_3(u).$$

$$\textcircled{6} \quad \text{Bézier: } q(u) = p_0 H_0(u) + 3(p_1 - p_0) H_1(u) + 3(p_3 - p_2) H_2(u) + p_3 H_3(u).$$

Ease In. Ruchomy cel

- ⌚ W czasie t_i obiekt ma pozycję T_i , kamera ma pozycję c_i .
- ⌚ W czasie $t_{i+1} = t_i + \delta t$ obiekt będzie miał pozycję T_{i+1} .
- ⌚ Obliczyć c_{i+1} .
- ⌚ Obiekt zmienia prędkość płynnie:
 - △ $c_{i+1} = (1 - \alpha)c_i + \alpha T_{i+1}$.
 - △ $\alpha \in (0, 1)$

Z regulowaniem prędkości kamery

średnia prędkość kamery: $v_i = \frac{c_i - c_{i-1}}{\Delta t}$,

oczekiwana pozycja kamery:

$$c'_{i+1} = c_i + v_i \Delta t = c_i + \frac{c_i - c_{i-1}}{\Delta t} \Delta t = 2c_i - c_{i-1},$$

z uwzględnieniem pozycji obiektu:

$$c_{i+1} = (1 - \alpha)(2c_i - c_{i-1}) + \alpha T_{i+1},$$

$\alpha \in (0, 1)$

Modelowanie orientacji



- ⑥ Kierunek „Up”.
 - △ Kamera.
 - △ Statek kosmiczny.

Modelowanie orientacji. Macierz obrotu

$$\textcircled{6} \quad \frac{1}{2} \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Yaw, Pitch, and Roll

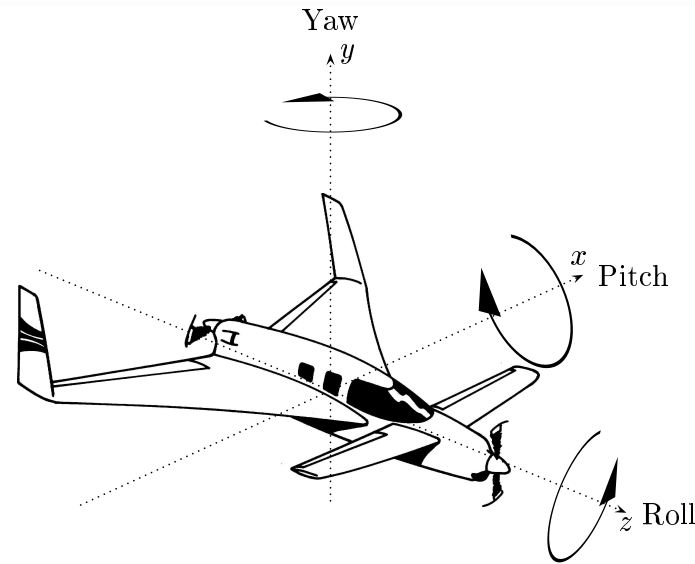


Figure XII.1: Yaw, pitch, and roll represent rotations around the y -axis, the x -axis and the z -axis. If the axes move with the object, then the rotations are performed in the order yaw, then pitch, and finally roll. If the axes are taken as fixed, then the rotations are performed in the opposite order: roll, then pitch, then yaw. Rotation directions are determined by the righthand rule. The reader is warned that the rotation directions for pitch and yaw that are shown in the figure are opposite to customary usage in aviation. For us, a positive pitch means the nose dips down and a positive yaw steers to the left. However, aviation conventions are that a positive pitch means the nose moves up, and a positive yaw means turning to the right. It is customary for positive roll to mean that the right wing dips, which agrees with our convention. In aviation conventions, the directions of the x and y axes are reversed, with the x -axis pointing rightward and the y -axis pointing downward.

Yaw, Pitch, and Roll

$$\textcircled{6} R = R_{\theta_y, j} \circ R_{\theta_p, i} \circ R_{\theta_r, k}$$

$$\textcircled{6} M_R = \begin{pmatrix} s_y s_p s_r + c_y c_r & s_y s_p c_r - c_y c_p & s_y c_p \\ c_p s_r & c_p c_r & -s_p \\ c_y s_p s_r - s_y c_r & c_y s_p c_r + s_y c_r & c_y c_p \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{6} c_p = \cos \theta_p, \text{ etc.}$$

Ewentualne problemy interpolacji

- ⑥ Interpolacja kątów, okres 360° .
 - △ interpolacja od 170° do -170° a interpolacja od 170° do 190°
- ⑥ niejednoznaczna reprezentacja obrotu:
 - △ $\theta'_y = \theta_y \pm 180^\circ$
 - △ $\theta'_p = -\theta_p \pm 180^\circ$
 - △ $\theta'_r = \theta_r \pm 180^\circ$
- ⑥ Gimbal lock
 - △ interpolacja od $(0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ do $(90^\circ, -90^\circ, -90^\circ)$
 - △ pozycja pośrednia $(45^\circ, -45^\circ, -45^\circ)$

Animacja Orientacji. Kwaterniony

- ⑥ Obrót o kąt θ dookoła osi (u_1, u_2, u_3) .
- ⑥ $q = (\cos(\theta/2), \sin(\theta/2)u_1, \sin(\theta/2)u_2, \sin(\theta/2)u_3)$
- ⑥ $q = (q_0, q_1, q_2, q_3), \quad \|q\|^2 = \sum q_i^2 = 1:$
 - △ $\theta = 2 \arccos q_0,$
 - △ $u = \frac{1}{\sqrt{1-q_0^2}}(q_1, q_2, q_3) = \frac{1}{\sin \theta/2}(q_1, q_2, q_3),$
 - △ $q = (\cos(\theta/2), \sin(\theta/2)u_1, \sin(\theta/2)u_2, \sin(\theta/2)u_3)$
- ⑥ $R_\theta = R_{\theta+360^\circ} \Rightarrow -q \sim q$

Ciało kwaternionów \mathbb{Q}

$$\textcircled{6} \quad q = q_0 + q_1i + q_2j + q_3k$$

$$\textcircled{6} \quad \begin{cases} i^2 = -1, & ij = k, & ik = -j, \\ ji = -k, & j^2 = -1, & jk = i, \\ ki = j, & kj = -i, & k^2 = -1. \end{cases}$$

$$\textcircled{6} \quad \|q\| = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2},$$

$$\textcircled{6} \quad q^* = q_0 - q_1i - q_2j - q_3k,$$

$$\textcircled{6} \quad q^{-1} = \frac{1}{\|q\|^2} q^*,$$

$$\textcircled{6} \quad \mathbb{R} \hookrightarrow \mathbb{Q},$$

$$\textcircled{6} \quad \mathbb{R}^3 \hookrightarrow \mathbb{Q} : (v_1, v_2, v_3) \mapsto v_1i + v_2j + v_3k.$$

Ciało kwaternionów. Przykłady

$$q_\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}j, \quad q_\beta = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}k, \quad q_\gamma = 2$$

- ⑥ $q_\alpha \pm q_\beta, q_\alpha \pm q_\gamma,$
- ⑥ $q_\alpha q_\beta, q_\beta q_\alpha, q_\alpha q_\gamma, q_\gamma q_\alpha,$
- ⑥ $q_\alpha^*, q_\beta^*, q_\gamma^*,$
- ⑥ $\|q_\alpha\|, \|q_\beta\|, q_\gamma\|,$
- ⑥ $q_\alpha^{-1}, q_\beta^{-1}, q_\gamma^{-1}.$

Kwaterniony a obroty

Twierdzenie 1. Niech $R_{\theta,u}$ będzie obrotem dookoła osi u ($\|u\| = 1$),
 $q = \cos(\theta/2) + \sin(\theta/2)u_1i + \sin(\theta/2)u_2j + \sin(\theta/2)u_3k$.
Wtedy $\forall v \in \mathbb{R}^3$

$$Rv = qvq^{-1}$$

Kwaternion a macierz obrotu

⑥ $q \rightarrow M_R$:

△ $i \mapsto qiq^{-1}, j \mapsto qjq^{-1}, k \mapsto qkq^{-1},$

△
$$M_R = \begin{pmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2q_1q_2 - 2q_3q_0 & 2q_1q_3 + 2q_2q_0 \\ 2q_1q_2 + 2q_3q_0 & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2q_2q_3 - 2q_1q_0 \\ 2q_1q_3 - 2q_2q_0 & 2q_2q_3 + 2q_1q_0 & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{pmatrix}.$$

⑥ $M_R \rightarrow q$:

△
$$\begin{cases} m_{2,1} + m_{1,2} = 4q_1q_2, & m_{1,3} + m_{3,1} = 4q_1q_3, & m_{3,2} + m_{2,3} = 4q_2q_3, \\ m_{2,1} - m_{1,2} = 4q_3q_0, & m_{1,3} - m_{3,1} = 4q_2q_0, & m_{3,2} - m_{2,3} = 4q_1q_0, \end{cases}$$

△
$$\begin{cases} 2m_{0,0} - \text{Tr } M = 4q_0^2 - 1, & 2m_{1,1} - \text{Tr } M = 4q_1^2 - 1, \\ 2m_{2,2} - \text{Tr } M = 4q_2^2 - 1, & 2m_{3,3} - \text{Tr } M = 4q_3^2 - 1. \end{cases}$$

Interpolacja kwaternionów

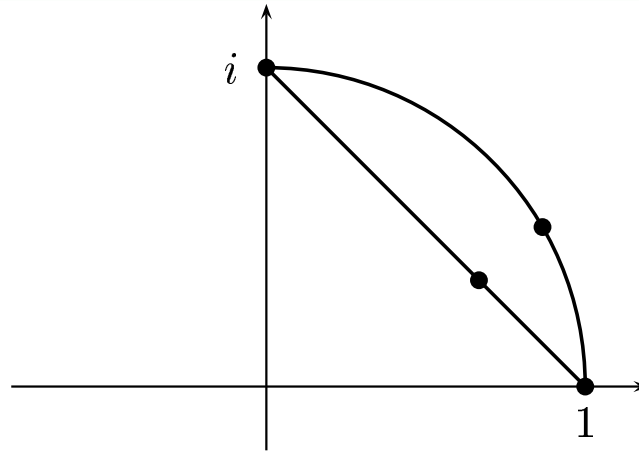


Figure XII.2: Lerp moves from 1 to i at a constant rate along the secant line. Slerp moves from 1 to i at a constant rate along the great circle. The points drawn on the secant line and on the great circle are obtained by lerp and slerp with $\alpha = \frac{1}{3}$. They do not correspond to the same rotation.

$$q(\alpha) = \text{slerp}(q_1, q_2, \alpha) = \frac{\sin((1 - \alpha)\varphi)}{\sin \varphi} q_1 + \frac{\sin(\alpha\varphi)}{\sin \varphi} q_2.$$