

# Animacja Komputerowa. Interpolacja

Aleksander Denisiuk  
Polsko-Japońska Akademia Technik Komputerowych  
Wydział Informatyki w Gdańsku  
ul. Brzegi 55  
80-045 Gdańsk

denisjuk@pja.edu.pl

Zagadnienie  
Interpolacji

---

Sterowanie  
Ruchem

---

Wykorzystanie  
Ścieżek

---

Najnowsza wersja tego dokumentu dostępna jest pod adresem  
<http://users.pja.edu.pl/~denisjuk/>

Zagadnienie  
Interpolacji

---

Zagadnienie  
interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

---

Wykorzystanie  
Ścieżek

---

# Zagadnienie Interpolacji

Zagadnienie  
Interpolacji

---

Zagadnienie  
interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

---

Wykorzystanie  
Ścieżek

---

- Dane są wartości parametrów w klatkach kluczowych
  - współrzędne położenia, kąt nachylenia, obrót ręki robota, etc
- Określić wartości w klatkach pośrednich
  - rozpędzanie i spowalnianie, ciągłość

Zagadnienie  
Interpolacji

Zagadnienie  
interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

- Interpolacja: krzywe przechodzą dokładnie przez punkty
  - krzywe sklejane, interpolacja Hermite'a
- Aproksymacja: dane są punkty kontrolne
  - krzywe Béziera, B-sklejane



Zagadnienie  
Interpolacji

Zagadnienie  
interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

- Wielomiany trzeciego stopnia
  - można podawać położenia i prędkości punktów końcowych
- Wielomiany niższego stopnia
  - nie mają punktów przegięcie
  - krzywe są płaskie
- Wielomiany wyższego stopnia
  - nie dają istotnych korzyści
  - są bardziej skomplikowane obliczeniowo

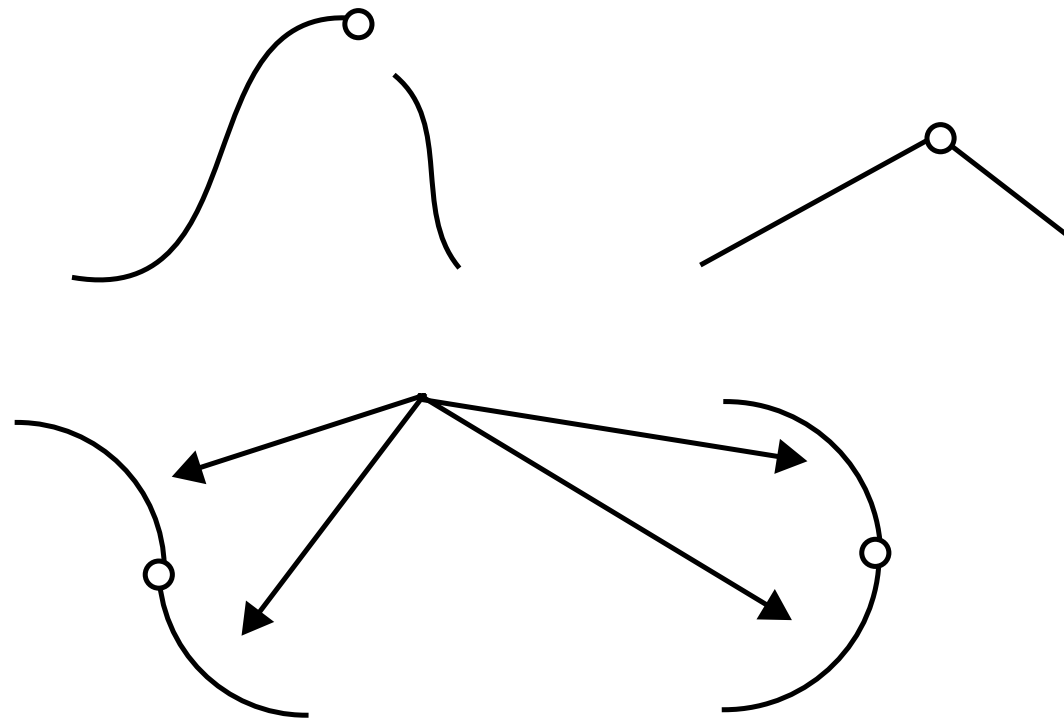
Zagadnienie  
Interpolacji

Zagadnienie  
interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

- Ciągłość zerowego rzędu
- Ciągłość pierwszego rzędu: ciągły kierunek stycznej (prędkość)
- Ciągłość drugiego rzędu: ciągła krzywizna (przyśpieszenie)



# Globalna i lokalna kontrola kształtu

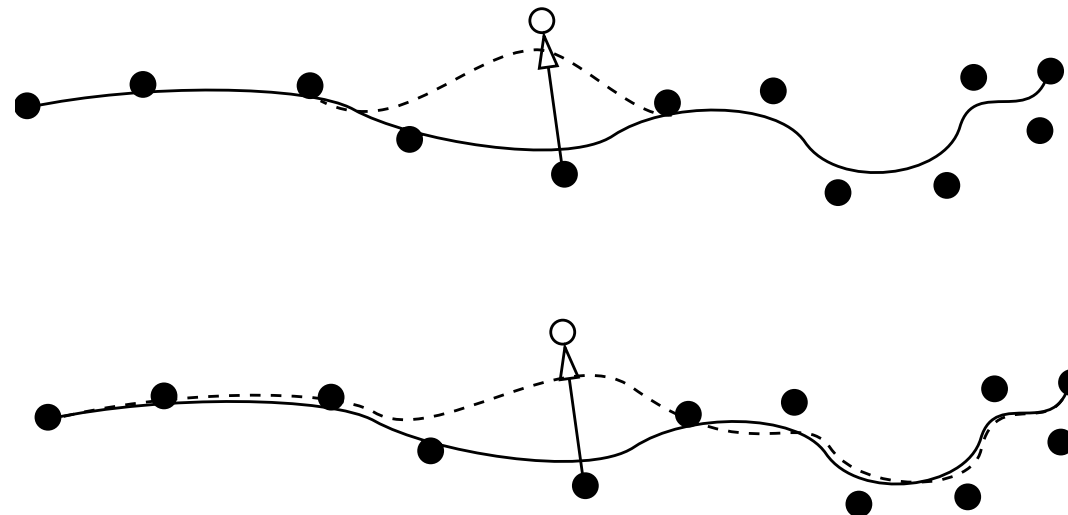
Zagadnienie  
Interpolacji

Zagadnienie  
interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

- Kontrola lokalna
  - zmiana jednego punktu ma wpływ na ograniczoną część
    - splajny Catmulla-Roma, sklejjane parabole, B-spline
- Kontrola globalna
  - zmiana jednego punktu ma wpływ na całą krzywą
    - interpolacja Lagrange'a





Zagadnienie  
Interpolacji

---

Sterowanie  
Ruchem

---

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

Sterowanie  
prędkością

Rozpędzanie  
i zatrzymanie

Ogólne funkcje  
odległości

Interpolacja  
kwaternionów

Wykorzystanie  
Ścieżek

---

# Sterowanie Ruchem

# Sterowanie ruchem punktu wzdłuż krzywej

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

Sterowanie  
prędkością

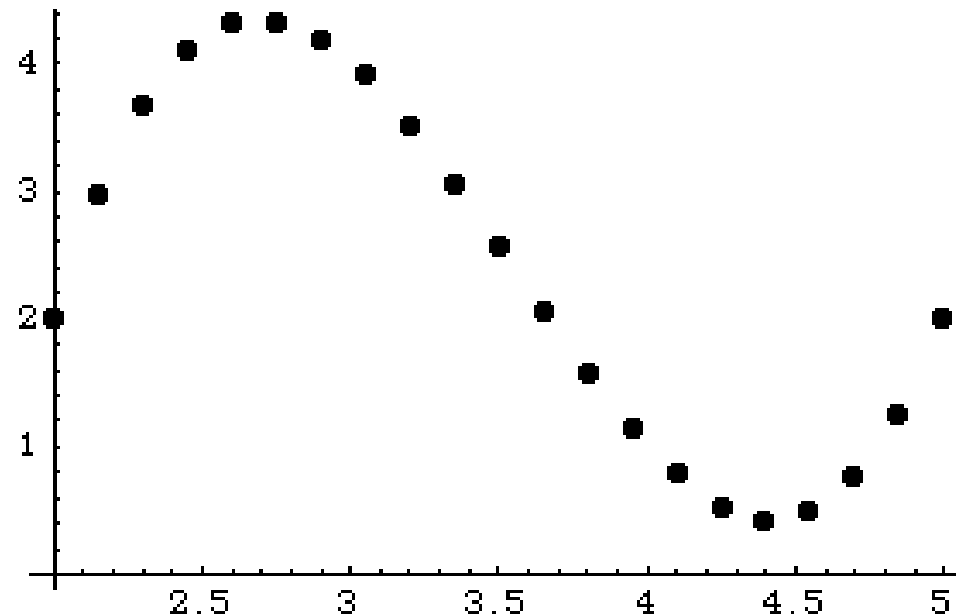
Rozpędzanie  
i zatrzymanie

Ogólne funkcje  
odległości

Interpolacja  
kwaternionów

Wykorzystanie  
Ścieżek

- Określona jest funkcja interpolacyjna  $P(u) \in \mathbb{R}^3$ 
  - równomierna zmiana parametru  $u$  nie oznacza ruchu ze stałą prędkością
  - parametryzacja łukowa  $s = s(u)$ ,  $\text{length}(u_1, u_2)$



Zagadnienie  
Interpolacji

---

Sterowanie  
Ruchem

---

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

Sterowanie  
prędkością

Rozpędzanie  
i zatrzymanie

Ogólne funkcje  
odległości

Interpolacja  
kwaternionów

Wykorzystanie  
Ścieżek

---

- $\text{length}(u_1, u_2) = \int_{u_1}^{u_2} |\dot{P}(u)| du =$   
 $\int_{u_1}^{u_2} \sqrt{\left(\frac{dx(u)}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy(u)}{du}\right)^2 + \left(\frac{dz(u)}{du}\right)^2} du$ 
  - krzywa kubiczna
  - płaska krzywa kwadratowa

Zagadnienie  
Interpolacji

---

Sterowanie  
Ruchem

---

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

Sterowanie  
prędkością

Rozpędzanie  
i zatrzymanie

Ogólne funkcje  
odległości

Interpolacja  
kwaternionów

Wykorzystanie  
Ścieżek

---

- Dane są węzły  $u_0 \leq u_1 \leq \dots \leq u_n$
- Obliczamy  $P(u_0), \dots, P(u_n)$
- Tablica odległości:
  - $G(0) = 0,$
  - $G(1) = \text{dist}(P_0, P_1),$
  - $G(2) = G(1) + \text{dist}(P_1, P_2),$
  - etc
- Dla oszacowania długości używana jest interpolacja liniowa
- $\text{length}(u_1, u_2) \approx G(u_2) - G(u_1)$

Zagadnienie Interpolacji	$i$	$u$	$G$	$i$	$u$	$G$
Sterowanie Ruchem	0	0,00	0,000	11	0,55	0,900
Sterowanie ruchem	1	0,05	0,080	12	0,60	0,150
Obliczanie długości łuku	2	0,10	0,150	13	0,65	0,920
Metody numeryczne	3	0,15	0,230	14	0,70	0,932
Sterowanie prędkością	4	0,20	0,320	15	0,75	0,944
Rozpędzanie i zatrzymanie	5	0,25	0,400	16	0,80	0,959
Ogólne funkcje odległości	6	0,30	0,500	17	0,85	0,972
Interpolacja kwaternionów	7	0,35	0,600	18	0,90	0,984
	8	0,40	0,720	19	0,95	0,998
	9	0,45	0,800	20	1,00	1,000
Wykorzystanie Ścieżek	10	0,50	0,860			

- $s(0,73) \approx 0,953$
- $u(0,75) \approx 0,41875$

Zagadnienie  
Interpolacji

---

Sterowanie  
Ruchem

---

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

Sterowanie  
prędkością

Rozpędzanie  
i zatrzymanie

Ogólne funkcje  
odległości

Interpolacja  
kwaternionów

Wykorzystanie  
Ścieżek

---

- Gęstsze tablicowanie
- Interpolacja wyższego rzędu
- Adaptacja

$$\left| \|P(0) - P(1)\| - \left( \|P(0) - P\left(\frac{1}{2}\right)\| + \|P\left(\frac{1}{2}\right) - P(1)\| \right) \right| < \varepsilon$$

Zagadnienie  
Interpolacji

---

Sterowanie  
Ruchem

---

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

Sterowanie  
prędkością

Rozpędzanie  
i zatrzymanie

Ogólne funkcje  
odległości

Interpolacja  
kwaternionów

Wykorzystanie  
Ścieżek

---

- Kwadratura Gaussa  $\int_{-1}^1 f(u) du \approx \sum_i w_i f(i)$
- Dowolny przedział
- Adaptacja

Zagadnienie  
Interpolacji

---

Sterowanie  
Ruchem

---

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

Sterowanie  
prędkością

Rozpędzanie  
i zatrzymanie

Ogólne funkcje  
odległości

Interpolacja  
kwaternionów

Wykorzystanie  
Ścieżek

---

- $\text{length}(u_0, u) = s$
- Metoda Newtona  $f(t) = 0$

$$t_{n+1} = t_n - \frac{f(t_n)}{f'(t_n)}$$

- Metoda siecznych
- Wyszukiwanie binarne



Zagadnienie  
Interpolacji

---

Sterowanie  
Ruchem

---

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

Sterowanie  
prędkością

Rozpędzanie  
i zatrzymanie

Ogólne funkcje  
odległości

Interpolacja  
kwaternionów

Wykorzystanie  
Ścieżek

---

- $s(t)$ , gdzie  $t$  —czas
- Ruch ze stałą prędkością
  - $s(t)$  jest funkcją liniową
- ease-in/ease-out
  - $P(u(s(t)))$
- Funkcja odległości powinna być monotoniczna
- Funkcja odległości powinna być ciągła
- Normalizacja:  $s \in [0, 1]$ ,  $t \in [0, 1]$

Zagadnienie  
Interpolacji

---

Sterowanie  
Ruchem

---

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

Sterowanie  
prędkością

Rozpędzanie  
i zatrzymanie

Ogólne funkcje  
odległości

Interpolacja  
kwaternionów

Wykorzystanie  
Ścieżek

---

■  $s(t) = \text{ease}(t) = \frac{\sin\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) + 1}{2}$

# Fragmenty funkcji sinusoidalnej

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

Sterowanie  
prędkością

Rozpędzanie  
i zatrzymanie

Ogólne funkcje  
odległości

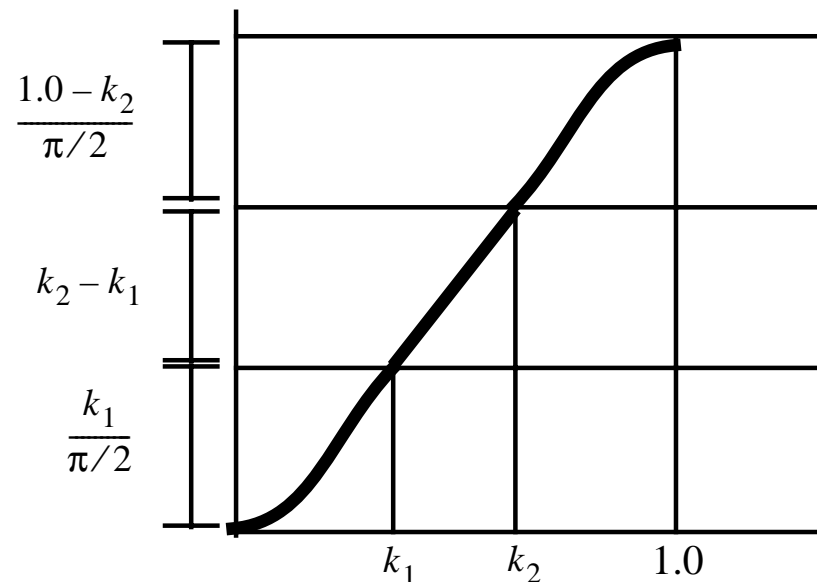
Interpolacja  
kwaternionów

Wykorzystanie  
Ścieżek

■  $\text{ease}(t) =$

$$\begin{cases} \frac{2k_1}{\pi f} \left( \sin\left(\frac{\pi t}{2k_1} - \frac{\pi}{2}\right) + 1 \right), & \text{dla } t < k_1 \\ \left( \frac{2k_1}{\pi} + t - k_1 \right) / f, & \text{dla } k_1 \leq t < k_2 \\ \left( \frac{2k_1}{\pi} + k_2 - k_1 + \frac{2(1-k_2)}{\pi} \sin\left(\frac{\pi(t-k_2)}{2(1-k_2)}\right) \right) / f, & \text{dla } k_2 \leq t \end{cases}$$

gdzie  $f = 2k_1/\pi + k_2 - k_1 + 2(1 - k_2)/\pi$ .



Zagadnienie  
Interpolacji

---

Sterowanie  
Ruchem

---

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

Sterowanie  
prędkością

Rozpędzanie  
i zatrzymanie

Ogólne funkcje  
odległości

Interpolacja  
kwaternionów

Wykorzystanie  
Ścieżek

---

- $\text{ease}(t) = -2t^3 + 3t^2$
- Styczne w końcach przedziału  $[0, 1]$  są poziome
- brak przedziału ze stałą prędkością

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

Sterowanie  
prędkością

Rozpędzanie  
i zatrzymanie

Ogólne funkcje  
odległości

Interpolacja  
kwaternionów

Wykorzystanie  
Ścieżek

$$\blacksquare \quad a(t) = \begin{cases} a_+ & \text{dla } 0 < t < t_1, \\ 0 & \text{dla } t_1 < t < t_2, \\ a_- & \text{dla } t_2 < t < 1. \end{cases}$$

$$\blacksquare \quad v(t) = \begin{cases} v_0 \frac{t}{t_1} & \text{dla } 0 < t < t_1, \\ v_0 & \text{dla } t_1 < t < t_2, \\ v_0 \left(1 - \frac{t-t_2}{1-t_2}\right) & \text{dla } t_2 < t < 1. \end{cases}$$

$$\blacksquare \quad s(t) = \begin{cases} v_0 \frac{t^2}{2t_1} & \text{dla } 0 < t < t_1, \\ v_0 \frac{t_1}{2} + v_0(t - t_1) & \text{dla } t_1 < t < t_2, \\ v_0 \frac{t_1^2}{2} + v_0(t - t_1) + v_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{t-t_2}{1-t_2}\right) (t - t_1) & \text{dla } t_2 < t < 1. \end{cases}$$

# Dopasowanie do danej prędkości

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

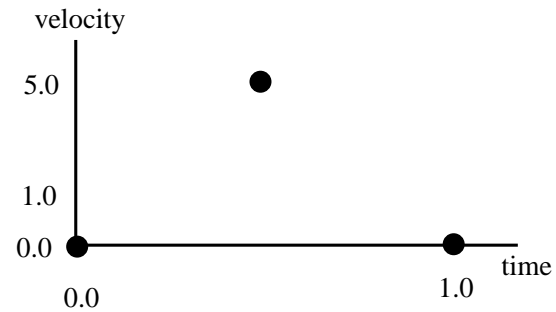
Sterowanie  
prędkością

Rozpędzanie  
i zatrzymanie

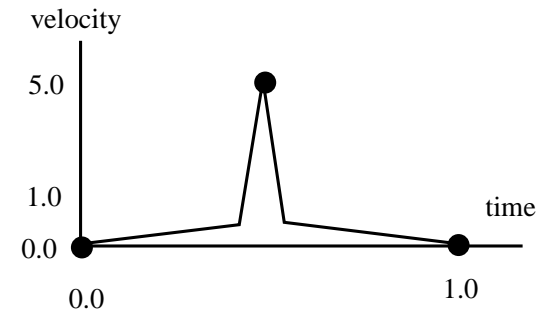
Ogólne funkcje  
odległości

Interpolacja  
kwaternionów

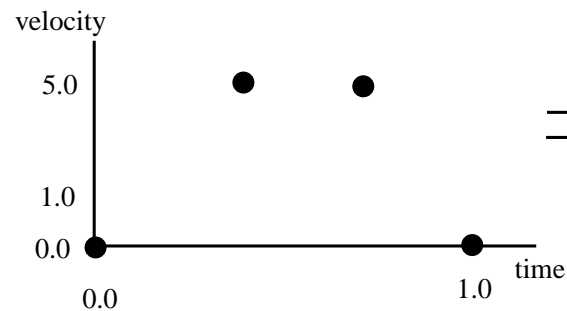
Wykorzystanie  
Ścieżek



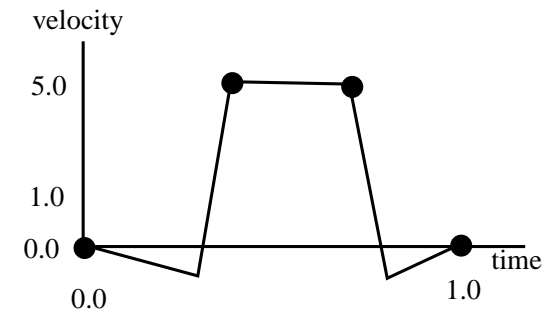
User specified velocities



Possible solution to enforce total distance covered equal to one



User specified velocities



Possible solution to enforce total distance covered (signed area under the curve) equal to one

# Przykłady funkcji odległości

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

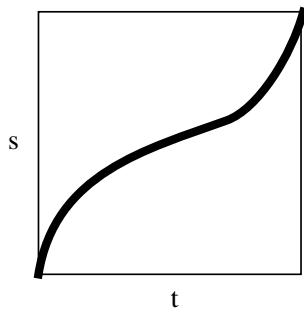
Sterowanie  
prędkością

Rozpędzanie  
i zatrzymanie

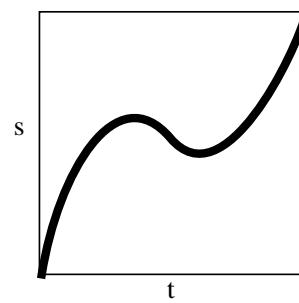
Ogólne funkcje  
odległości

Interpolacja  
kwaternionów

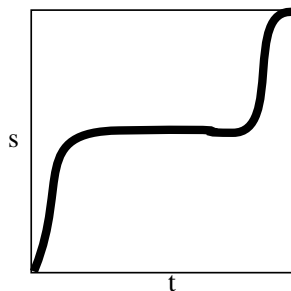
Wykorzystanie  
Ścieżek



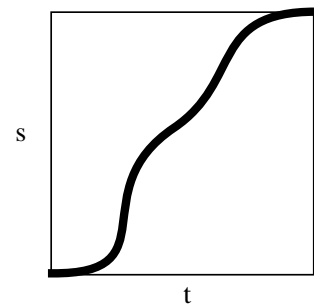
a) starts and ends abruptly



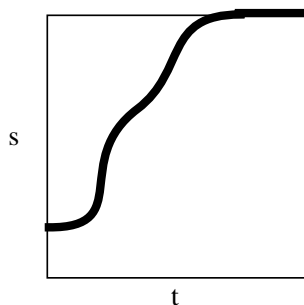
b) backs up



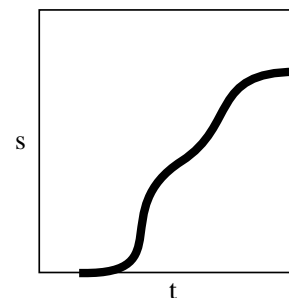
c) stalls



d) smoothly starts and stops



e) starts part way along the curve and gets to the end before  $t=1.0$



f) waits awhile before starting and doesn't get all the way to the end

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

Sterowanie  
prędkością

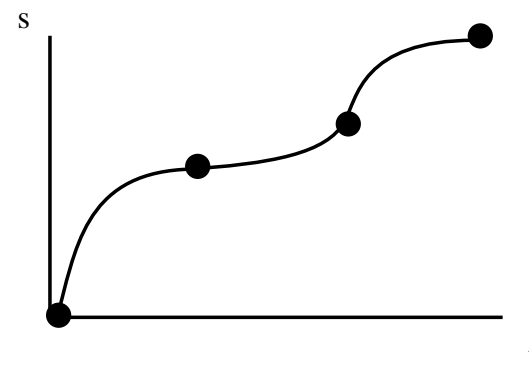
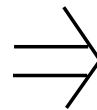
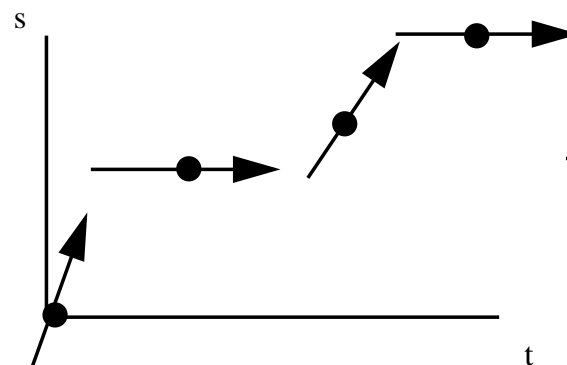
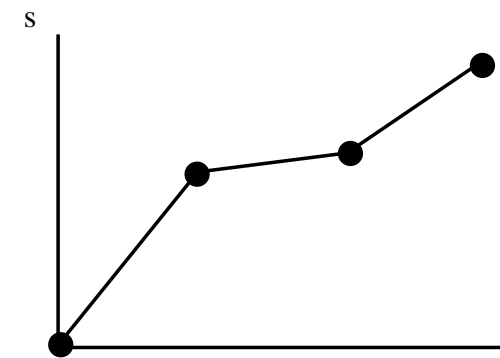
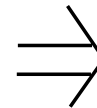
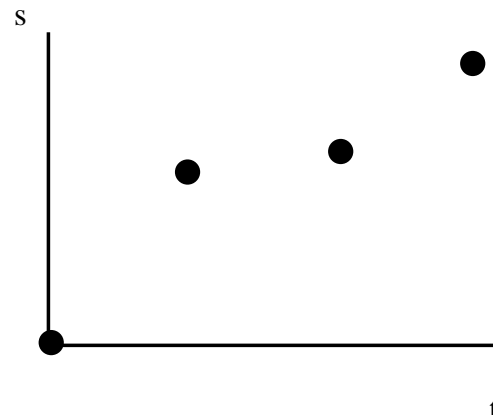
Rozpędzanie  
i zatrzymanie

Ogólne funkcje  
odległości

Interpolacja  
kwaternionów

Wykorzystanie  
Ścieżek

■  $(t_i, s_i, v_i, a_i)$





# Dopasowanie do par położenie-czas

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

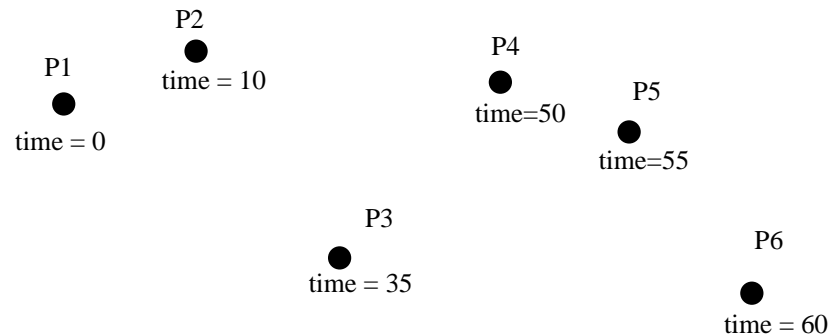
Sterowanie  
prędkością

Rozpędzanie  
i zatrzymanie

Ogólne funkcje  
odległości

Interpolacja  
kwaternionów

Wykorzystanie  
Ścieżek



- Warunki  $(P_i, t_i)$ ,  $i = 1, \dots, j$ .
- Krzywe B-sklejane  $P(t) = \sum_{l=1}^{n+1} B_l N_{l,k}(t)$ ,  $2 \leq k \leq n+1 \leq j$
- Układ  $P = NB$ 
  - $B = N^{-1}P$
- Regularyzacja
  - $N^T P = N^T N B$ 
    - $B = (N^T N)^{-1} N^T P$

Zagadnienie  
Interpolacji

---

Sterowanie  
Ruchem

---

Sterowanie  
ruchem

Obliczanie  
długości łuku

Metody  
numeryczne

Sterowanie  
prędkością

Rozpędzanie  
i zatrzymanie

Ogólne funkcje  
odległości

Interpolacja  
kwaternionów

Wykorzystanie  
Ścieżek

---

- Linowa:  $q(u) = (1 - u)q_0 + uq_1$
- Łukowa (slerp):  $q(u) = \frac{\sin(1-u)\theta}{\sin \theta}q_1 + \frac{\sin u\theta}{\sin \theta}q_2$
- Interpolacja krzywymi Béziera
  - w algorytmie de Casteljau użyć slerp

Zagadnienie  
Interpolacji

---

Sterowanie  
Ruchem

---

Wykorzystanie  
Ścieżek

---

Ruch po ścieżce

Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

# Wykorzystanie Ścieżek

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

Ruch po ścieżce

Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

- Dany jest tor ruchu obiektu (kamery), sparametryzowany długością łuku oraz funkcja przesunięcia
  - ustalić zmianę położenia oraz zorientowania
  - jeżeli punkty na torze pochodzą z pomiarów, trzeba tor wygładzić
  - dodatkowo ścieżka może leżeć na powierzchni innego obiektu
  - ścieżka bezkolizyjna

# Zorientowanie wzdłuż ścieżki

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

Ruch po ścieżce

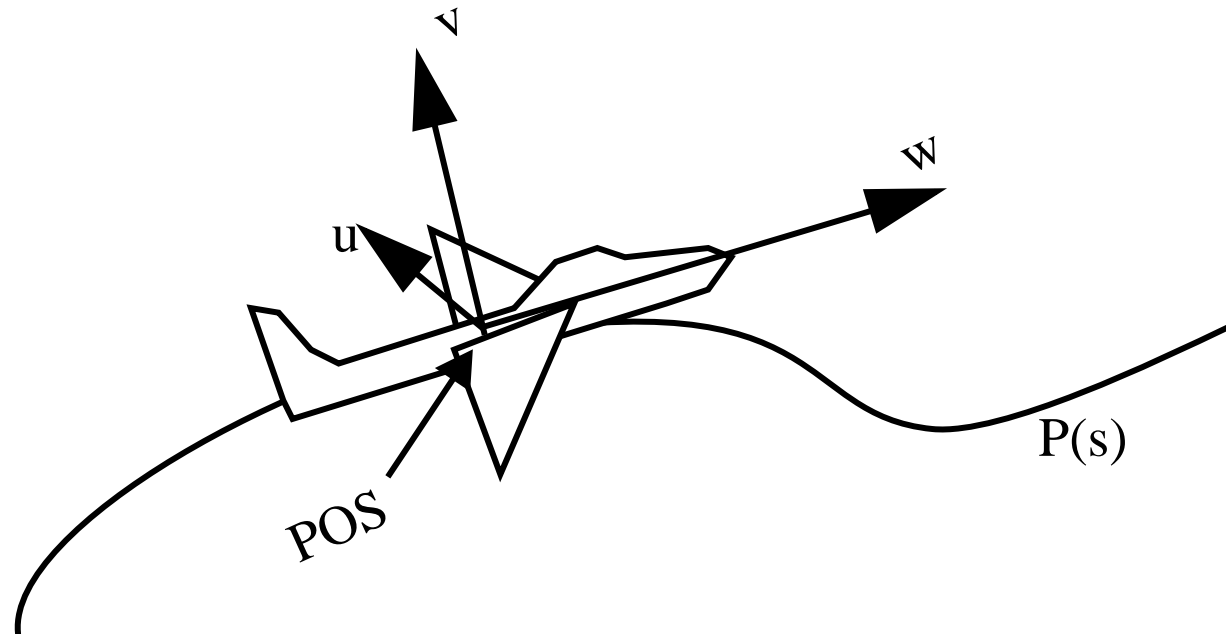
Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

- Lokalny układ współrzędnych  $(u, v, w)$  (prawoskrętny)
- Początek jest na ścieżce  $P(s)$



Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

Ruch po ścieżce

Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

## ■ Jean Frédéric Frenet, 1847

$$w = \frac{P'(s)}{|P'(s)|}$$

$$u = \frac{P''(s) \times P'(s)}{|P''(s) \times P'(s)|}$$

$$v = u \times w$$

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

Ruch po ścieżce

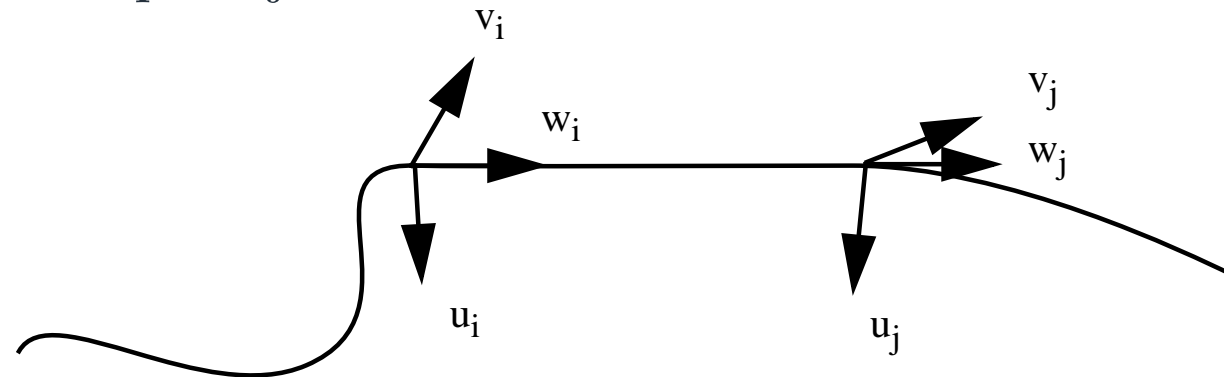
Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

- Brak naturalnego kierunku „do góry”
- Punkty spłaszczenia ( $P''(s) = 0$ )
- interpolacja na odcinku



- Nieciągłość wektora normalnego (dwa półokręgi)
- Wektor styczny nie określa kierunku, do którego podąża obiekt
- Wektor  $v$  (kierunek „do góry”) może gwałtownie się obracać

Zagadnienie  
Interpolacji

---

Sterowanie  
Ruchem

---

Wykorzystanie  
Ścieżek

---

Ruch po ścieżce

Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

- Wektor normalny wskazuje kierunek skrętu
  - można pochylić obiekt w tę stronę
  - bądź w przeciwnym kierunku (siła odśrodkowa)



Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

Ruch po ścieżce

Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

- Wybrać środek zainteresowania (COI) w ustalonym punkcie sceny (w środku jednego z obiektów)
  - $w = \text{COI} - \text{POS}$
- Niech oś  $Oy$  określa kierunek „do góry”
  - $u = w \times y$
  - $v = u \times w$

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

Ruch po ścieżce

Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

- Kierunek do COI
  - przechodzenie blisko COI może spowodować gwałtowne zmiany kierunku
- Punkty na krzywej
- Punkty na innej krzywej
- Interpolowane punkty na scenie
- Kierunek „do góry”:
  - w płaszczyźnie  $w$  i  $y$
  - odchylony od tego kierunku

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

Ruch po ścieżce

Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

- Punkt na krzywej z wyprzedzeniem  $P(s + \Delta s)$ 
  - wykorzystać parametryzację łukową
  - na końcu ścieżki można użyć interpolacji z wektorem stycznym w końcowym punkcie
  - chwiejąca się kamera
    - uśrednienie kilka punktów krzywej
      - za mało punktów (albo blisko siebie) — efekt pozostaje
      - za dużo punktów — kamera będzie zbyt statyczna
- Wprowadzenie dla COI funkcji  $C(s)$
- Można wprowadzić dla kierunku „do góry” funkcję  $U(s)$   
 $w = C(s) - P(s)$ ,  $u = w \times (U(s) - P(s))$ ,  $v = u \times w$ .

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

Ruch po ścieżce

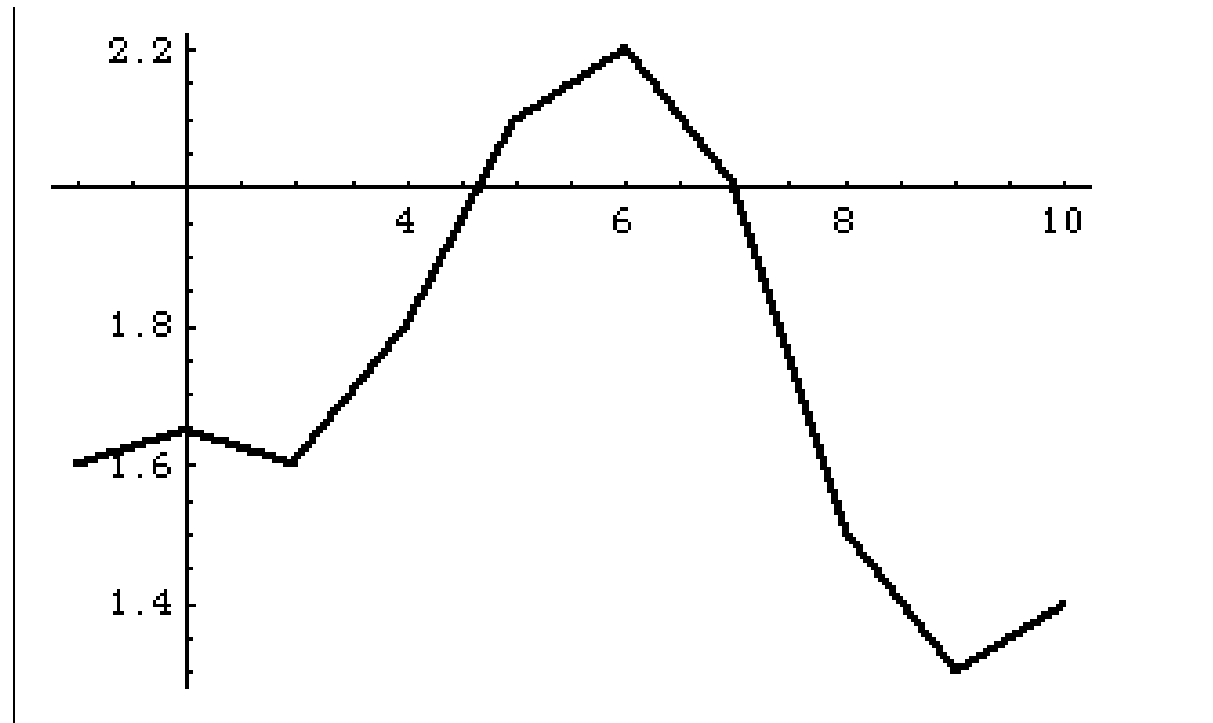
Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

- Jeżeli kolejne punkty pochodzą z pomiarów, to może być potrzebne wygładzanie



Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

Ruch po ścieżce

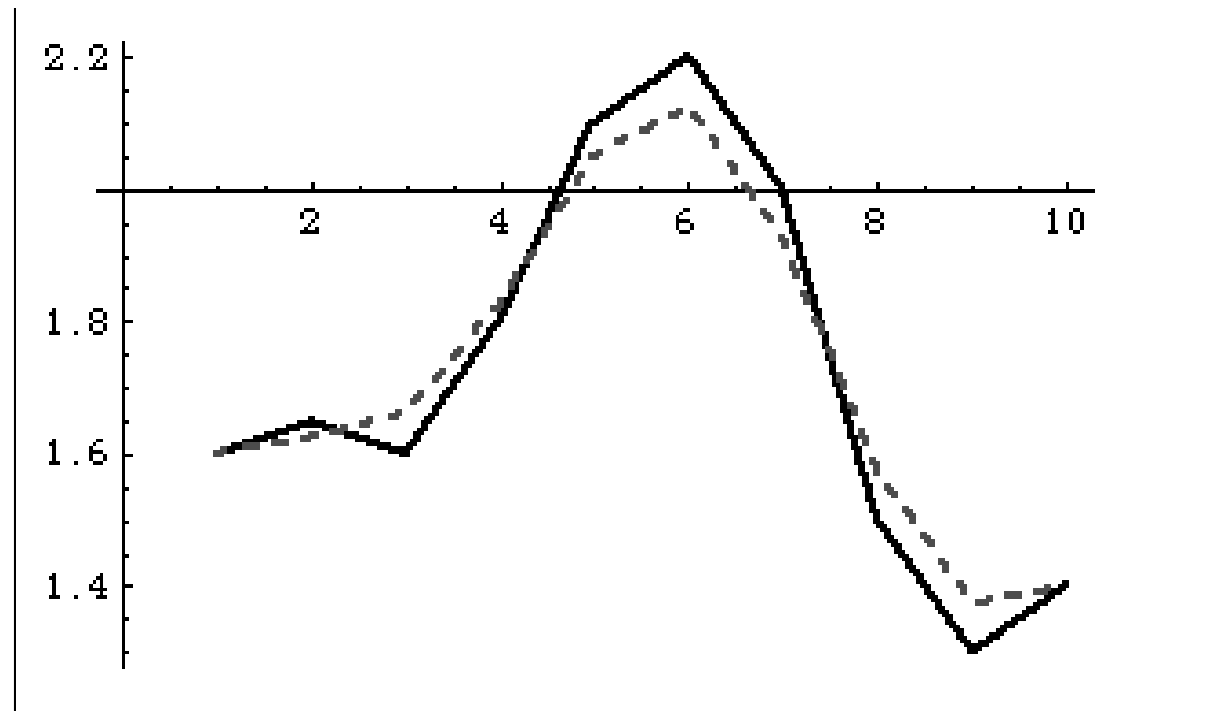
Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

$$\blacksquare \quad p'_i = \frac{1}{2} \left( p_i + \frac{p_{i-1} + p_{i+1}}{2} \right) = \frac{1}{4}p_{i-1} + \frac{1}{2}p_i + \frac{1}{4}p_{i+1}$$



Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

Ruch po ścieżce

Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

- $P(u)$  — wielomian stopnia 3, przechodący przez sąsiadujące punkty  $P(0) = p_{i-1}$ ,  $P(\frac{1}{4}) = p_{i-1}$ ,  $P(\frac{3}{4}) = p_{i+1}$ ,  $P(1) = p_{i+2}$
- $p'_i = \frac{1}{2} \left( P(\frac{1}{2}) + p_1 \right)$ 
  - układ równań
  - wzór Lanrange'a
  - wzór Newtona
- Na końcach przedziału można użyć paraboli  $P(0) = p_0$ ,  $P(\frac{2}{3}) = p_2$ ,  $P(1) = p_3$ ,  $p'_1 = \frac{1}{2} \left( P(\frac{1}{3}) + p_1 \right)$
- Pierwszy punkt bez zmian
  - można użyć krzywej drugiego stopnia:  
 $p'_0 = p_3 + 3(p_1 - p_2)$

# Interpolacja sześcienna, przykład

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

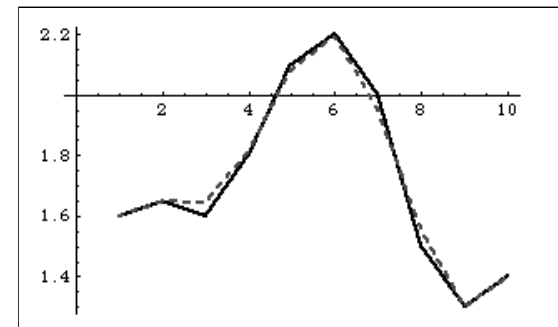
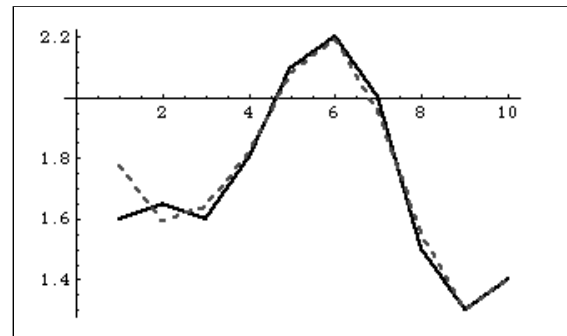
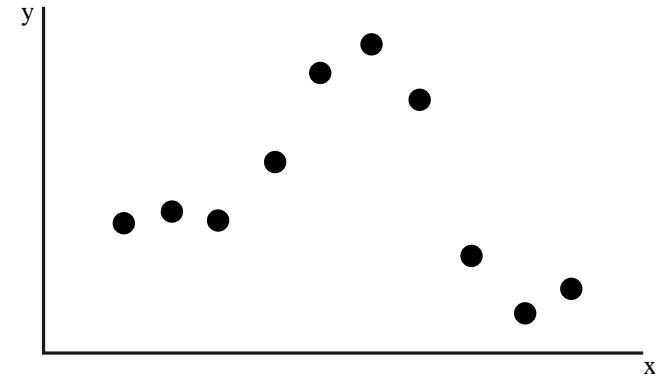
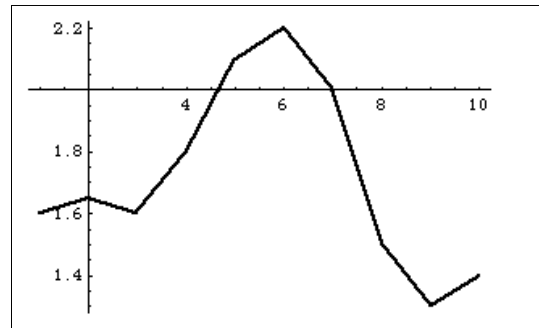
Ruch po ścieżce

Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni



Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

Ruch po ścieżce

Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

- $p_i = f(x_i)$
- Splot:  $f \star g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x+u)g(u) du$
- $g(u)$  — filtr,  $\int_{-\infty}^{\infty} g(u) du = 1$
- Całkę można obliczyć numerycznie
- W punktach końcowych funkcję można dowolnie rozszerzyć



Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

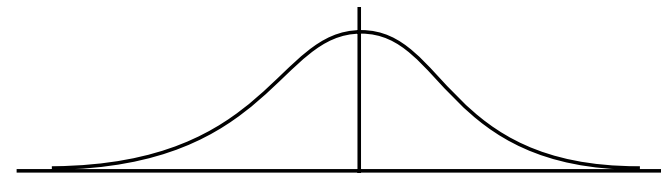
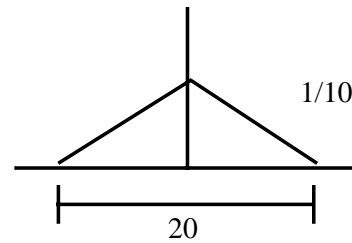
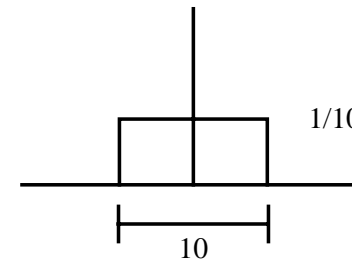
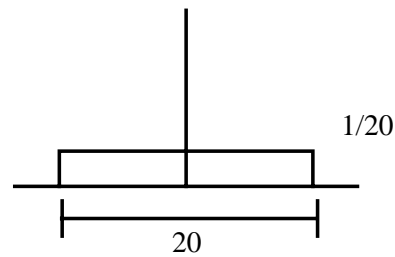
Ruch po ścieżce

Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni



- prostokątny, dachowy, gaussowski

# Splot z filtrem dachowym

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

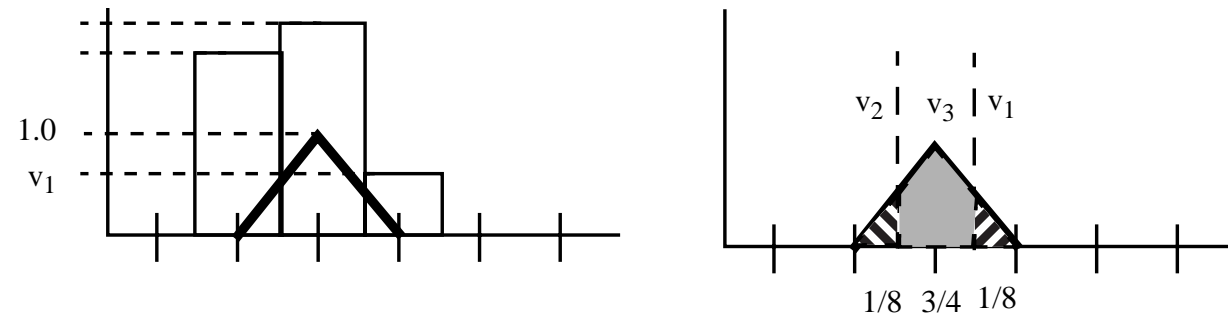
Ruch po ścieżce

Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

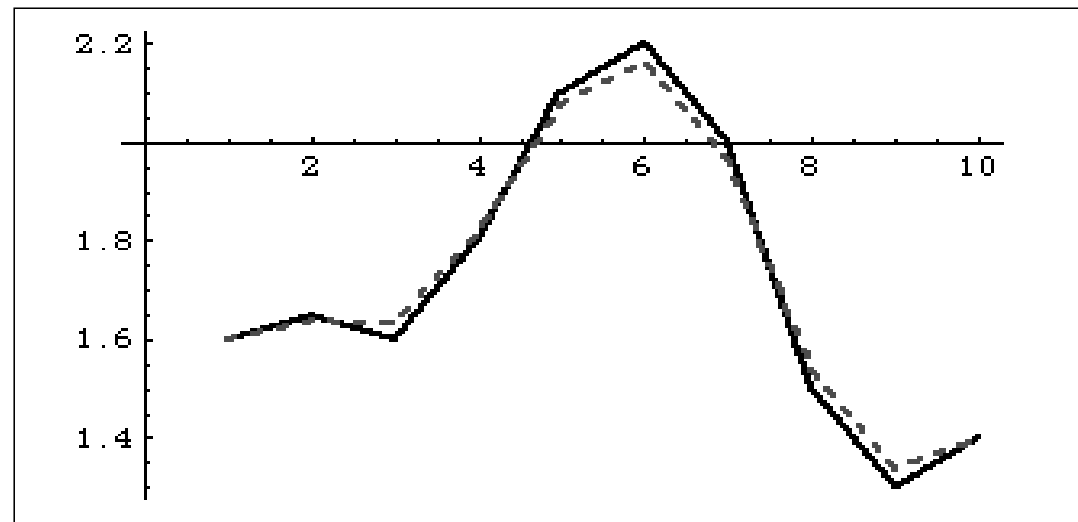
Kamera

Wyglądanie

Ścieżka na  
powierzchni



$$\blacksquare \quad v = \frac{1}{8}v_1 + \frac{3}{4}v_2 + \frac{1}{8}v_3$$



Zagadnienie  
Interpolacji

---

Sterowanie  
Ruchem

---

Wykorzystanie  
Ścieżek

---

Ruch po ścieżce

Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

- Można użyć krzywych B-sklejanych
  - wynik – gładka krzywa
  - nie przechodzi przez dane węzły

# Wyznaczenie ścieżki na powierzchni

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

Ruch po ścieżce

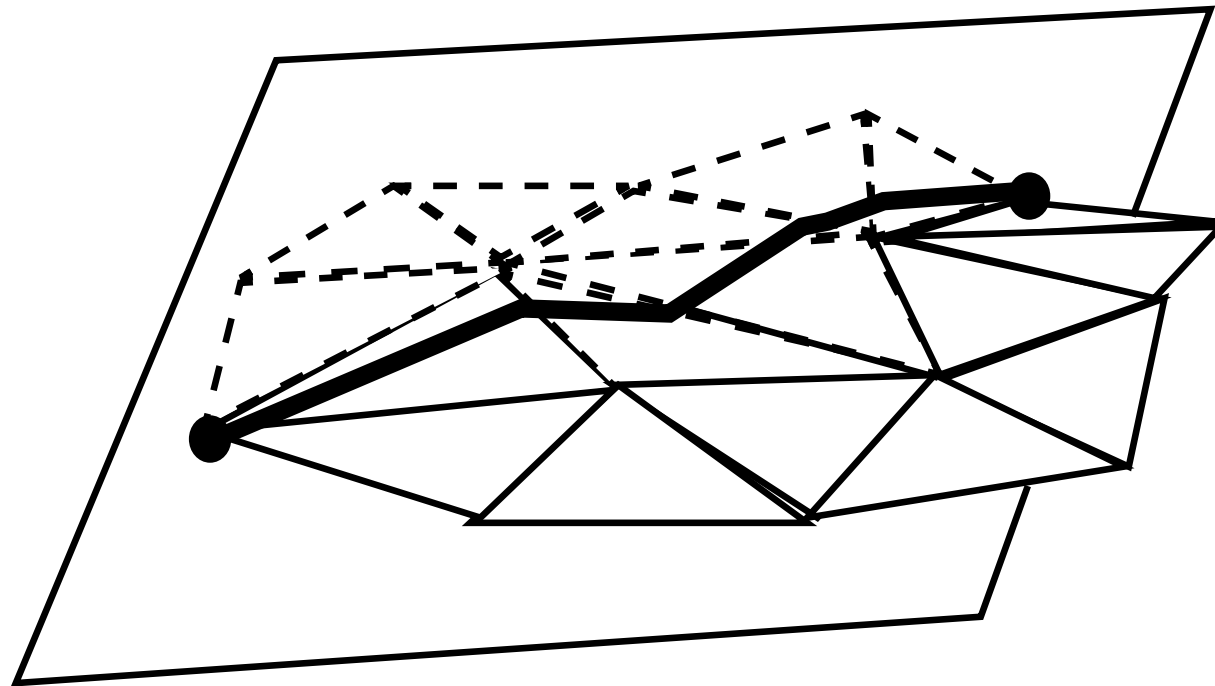
Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

- Dane są dwa punkty na powierzchni
- Ścieżka najkrótsza — kosztowne obliczeniowo
- Ścieżka prawie najkrótsza:
  - płaszczyzna łącząca końce ścieżki i możliwie prostopadła do powierzchni



# Wyznaczenie ścieżki na powierzchni

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

Ruch po ścieżce

Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

- Powierzchnia parametryzowana  $P = P(u, v)$ 
  - połączyć w dziedzinie  $(u, v)$  końce ścieżki odcinkiem (łukiem)
- Skomplikowany mash z trójkątów
  - algorytm zachłanny wyznaczenia ścieżki z krawędzi masha
    - łączymy bieżący punkt z końcem odcinkiem
    - wybieramy krawędź, która ma najmniejszy kąt z odcinkiem
      - obliczamy kosinusy

# Ścieżka najszybszego spadku

Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

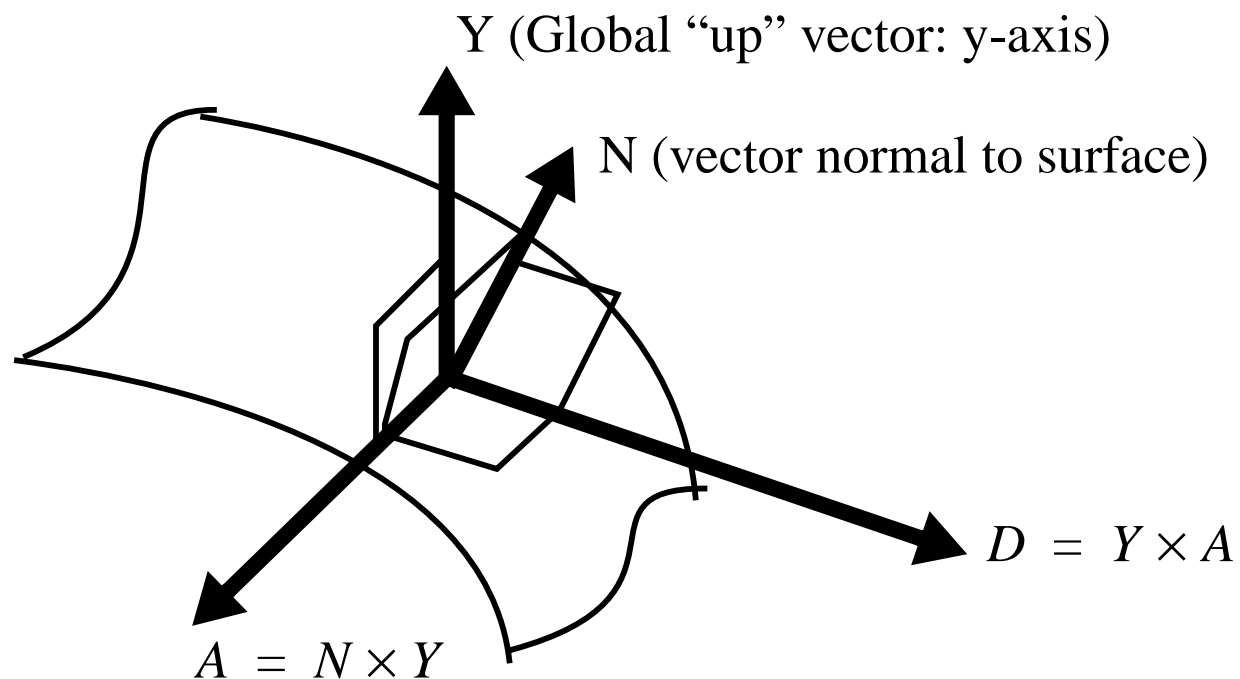
Ruch po ścieżce

Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni



Zagadnienie  
Interpolacji

Sterowanie  
Ruchem

Wykorzystanie  
Ścieżek

Ruch po ścieżce

Zorientowanie  
wzdłuż ścieżki

Kamera

Wygładzanie

Ścieżka na  
powierzchni

- Nieruchome przeszkody (albo rozhome o wiadomych torach)
  - wyznaczenie punktów pośrednich
  - przybliżenie przeszkód prostymi obiektami (sfera, prostopadłoościan)
- Ruchome przeszkody
  - poszukiwanie możliwego przedłużenia ścieżki przed przeszkodą (algorytm zachłanny)
  - ruch przeszkod jest przewidywalny